

面積 (2018年北大)

2つの関数 $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sqrt{\frac{\pi^2}{2} - x^2} - \frac{\pi}{2}$ がある。

(1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $\frac{2}{\pi}x \leq \sin x$ が成り立つことを示せ。

(2) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ のとき, $g(x) \leq f(x)$ が成り立つことを示せ。

(3) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲において, 2曲線 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 及び y 軸が囲む部分の面積を求めよ。